भारत में सीपीआई मुद्रास्फीति का पूर्वानुमान लगाना: सांख्यिकीय एवं मशीन लर्निंग मॉडल के 'समूह' से पूर्वानुमानों का संयोजन

रंजीत मोहन, साकिब हसन, सयोनी रॉय, सुवेंदु सरकार, एवं जॉइस जॉन द्वारा ^

यह आलेख विभिन्न सांख्यिकीय, मशीन लर्निंग और डीप लर्निंग मॉडलों का उपयोग करके भारत के संबंध में हेडलाइन उपभोक्ता मूल्य सूचकांक (सीपीआई) मुद्रास्फीति और खाद्य एवं ईंधन मुद्रास्फीति को छोड़कर सीपीआई का पूर्वानुमान लगाने के लिए एक पद्धति विकसित करने का प्रयास करता है, जिन्हें फिर एक निष्पादन-भारित पूर्वानुमान संयोजन दृष्टिकोण का उपयोग करके संयोजित किया गया है। इस ढाँचे का उपयोग घनत्व पूर्वानुमान उत्पन्न करने के लिए भी किया जा सकता है और यह भारित औसत मुद्रास्फीति पूर्वानुमानों के आसपास मानक विचलन और विषमता का अनुमान भी बता सकता है। परिणाम सभी मॉडल वर्गों का एक साथ उपयोग करने के स्पष्ट लाभ का संकेत देते हैं। यह भी देखा गया कि सांख्यिकीय, मशीन लर्निंग और डीप लर्निंग मॉडलों का निष्पादन-भारित संयोजन प्रत्येक दृष्टिकोण की विशेषताओं को शामिल करता है, जिसके परिणामस्वरूप भारतीय संदर्भ में मुद्रास्फीति के अधिक सटीक और विश्वसनीय पूर्वानुमान प्राप्त होते हैं।

परिचय

मुद्रास्फीति लक्ष्यीकरण (आईटी) करने वाले केंद्रीय बैंकों में मौद्रिक नीति के संचालन के लिए मुद्रास्फीति पूर्वानुमान सूचना का एक महत्वपूर्ण घटक है क्योंकि दूरदर्शी नीतियों को संचरण में होने वाली देरी और अन्य नाममात्र बाधाओं को देखते हुए विभिन्न प्रमुख समष्टि आर्थिक चरों के स्थिति आधारित पूर्वानुमानों को ध्यान में रखना होता है। उन पूर्वानुमानों से जुड़े जोखिमों का आकलन करना और उनके बारे में बताना भी महत्वपूर्ण है, जिससे विश्वसनीयता निर्माण और पारदर्शिता में सुधार करने में मदद मिलती है। यह स्वीकार करते हुए कि कोई भी एकल मॉडल सभी आर्थिक जटिलताओं को नहीं समेट सकता, दुनिया भर के केंद्रीय बैंक आमतौर पर *'मॉडलों का समूह'* दृष्टिकोण अपनाते हैं, जिसमें पूर्वानुमान की सटीकता में सुधार के लिए विविध ढाँचों को एकीकृत किया जा सकता है। परंपरागत रूप से, जटिल समष्टि आर्थिक संबंधों का विवरण देने वाले समष्टि और/या सूक्ष्म आर्थिक सिद्धांतों पर निर्भर मॉडलों का उपयोग अक्सर अधिकांश केंद्रीय बैंकों द्वारा नीतिगत निर्णय प्रसारित करने में किया जाता रहा है। आजकल गणना क्षमता में प्रगति होने के कारण बड़े पैमाने पर सांख्यिकीय और मशीन लर्निंग (एमएल) मॉडल भी लोकप्रिय हो रहे हैं। जहाँ पारंपरिक मॉडल आर्थिक कारकों की परस्पर क्रिया से समष्टि आर्थिक परिणामों का पूर्वानुमान लगाने का प्रयास करते हैं, वहीं एमएल और डीप लर्निंग (डीएल) मॉडल आँकड़ों पर अधिक निर्भर होते हैं और अर्थव्यवस्था की स्थिति पर अधिक ध्यान केंद्रित करते हैं। वास्तव में, दोनों ही नीति निर्माताओं को बहुमूल्य जानकारी प्रदान करने के लिए एक-दूसरे के पूरक के रूप में कार्य कर सकते हैं। पारंपरिक सांख्यिकीय मॉडल अपनी स्थिरता[1] और व्याख्यात्मकता के लिए उपयोगी होते हैं, जबकि एमएल मॉडल पूर्वानुमान सटीकता को बेहतर बना सकते हैं। हालाँकि, सुसंगत व्याख्या प्रदान करने में इनकी अक्षमता एक चिंता का विषय है।

इस परिप्रेक्ष्य में, यह आलेख भारत में सीपीआई हेडलाइन और मूल (कोर) मुद्रास्फीति[2] के पूर्वानुमान के लिए सांख्यिकीय और मशीन लर्निंग मॉडलों का एक 'समूह' विकसित करने का प्रयास करता है। यह भारतीय संदर्भ में पहले किए गए दो कार्यों, भोई और सिंह (2022), जिसमें मुद्रास्फीति पूर्वानुमान के लिए मशीन लर्निंग मॉडल का उपयोग किया गया, और जॉन एवं अन्य (2020), जिसमें सीपीआई मुद्रास्फीति के पूर्वानुमान के लिए विभिन्न समय श्रृंखलाओं और सांख्यिकीय मॉडलों का उपयोग करके पूर्वानुमान संयोजन दृष्टिकोण का अभ्यास किया गया, को समन्वित करने का प्रयास करता है। जहाँ भोई और सिंह (2022) ने भारत में मुद्रास्फीति के पूर्वानुमान में पारंपरिक तकनीकों की तुलना में मशीन लर्निंग-आधारित तकनीकों के उपयोग में सापेक्ष लाभ पाया, वहीं जॉन और अन्य (2020) ने भारत में मुद्रास्फीति के पूर्वानुमान के लिए पूर्वानुमान संयोजन दृष्टिकोणों के उपयोग के सापेक्ष लाभ को साबित किया।

^ लेखक भारतीय रिज़र्व बैंक (आरबीआई) के सांख्यिकी और सूचना प्रबंध विभाग (डीएसआईएम) से हैं। इस आलेख में व्यक्त विचार स्वयं लेखकों के हैं और भारतीय रिज़र्व बैंक के विचारों को नहीं दर्शाते हैं।

[1] यहाँ स्थिरता का तात्पर्य हाइपरपैरामीटर ट्यूनिंग में बदलावों के सामने पूर्वानुमानों की सुदृढ़ता से है। पारंपरिक सांख्यिकीय मॉडल, जो सुपरिभाषित पैरामीट्रिक संरचनाओं पर निर्भर करते हैं, के विपरीत एमएल और डीएल मॉडल अक्सर हाइपरपैरामीटर विकल्पों के प्रति संवेदनशीलता प्रदर्शित करते हैं, जिसके परिणामस्वरूप विभिन्न ट्यूनिंग कॉन्फ़िगुरेशन्स में पूर्वानुमान अस्थिरता आती है।

[2] खाद्य और ईंधन को छोड़कर सीपीआई। इस धारणा का उपयोग आलेख के बाकी हिस्सों में किया गया है।

इन परिणामों के आधार पर यह आलेख भारत में सीपीआई हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति के पूर्वानुमान के लिए एक संयुक्त दृष्टिकोण का उपयोग करता है, जो बड़ी संख्या में (जैसे कि 216) सांख्यिकीय, एमएल और डीएल मॉडल[3] से उत्पन्न होता है, और इसके स्यूडो-आउट ऑफ सैंपल[4] *(pseudo-out of sample)* पूर्वानुमान प्रदर्शन का मूल्यांकन करता है। बड़ी संख्या में व्यक्तिगत पूर्वानुमानों की उपलब्धता इस ढाँचे को उन्हें घनत्व पूर्वानुमानों में समेटने में सक्षम बनाती है और इसलिए इसका उपयोग मानक विचलन और विषमता (skewness) का अनुमान लगाने के लिए भी किया जा सकता है। आलेख की संरचना इस प्रकार है: खंड 2 प्रासंगिक साहित्य की समीक्षा करता है; खंड 3 में डेटा और कार्यप्रणाली की रूपरेखा दी गई है; खंड 4 में अनुभवजन्य परिणामों का उल्लेख है; और खंड 5 में समापन टिप्पणियाँ एक साथ दी गई हैं।

2. साहित्य समीक्षा

बेट्स और ग्रेंजर (1969) के अनुसार, पिछले कुछ वर्षों में गणना शक्ति में वृद्धि के चलते, दुनिया ने 'एकल सर्वोत्तम मॉडल' दृष्टिकोण को छोड़ते हुए 'पूर्वानुमान संयोजन' दृष्टिकोण को अपनाया है, जिससे विभिन्न डेटासेट, मान्यताओं और मॉडलों की विभिन्न विशिष्टताओं के उपयोग से उत्पन्न अनिश्चितताओं पर काबू पाया जा सका है और परिणामों की विश्वसनीयता में वृद्धि हुई है।

स्टॉक और वॉटसन (2004) ने समष्टि आर्थिक पूर्वानुमान, विशेष रूप से सात देशों में उत्पादन वृद्धि के लिए, संयोजन तकनीकों के लाभ का उपयोग किया। उन्होंने पाया कि कई पूर्वानुमानों का औसत निकालने जैसी सरल विधियाँ अक्सर अधिक जटिल और अनुकूलनशील तकनीकों से बेहतर प्रदर्शन करती हैं, और व्यक्तिगत आर्थिक पूर्वानुमानों में अक्सर देखी जाने वाली अस्थिरता को कम करने में सहायक होती हैं। उनके निष्कर्षों ने इस बात पर ज़ोर दिया कि पूर्वानुमान मॉडलों में जटिलता, विशेष रूप से अनिश्चित के वातावरण में, आवश्यक रूप से बेहतर सटीकता प्रदान नहीं करती है। उन्होंने पाया कि कई मामलों में सरल संयोजन दृष्टिकोणों से प्राप्त पूर्वानुमान भी परिष्कृत मॉडलों की तुलना में अधिक सटीक साबित हुए हैं।

1982 में स्पायरोस मकरिडाकिस द्वारा शुरू की गई "एम" प्रतियोगिताओं का पूर्वानुमान क्षेत्र पर व्यापक प्रभाव पड़ा है। मॉडलों के गणितीय गुणों (जो पूर्वानुमान मॉडलों को देखने का पारंपरिक तरीका था) पर ध्यान केंद्रित करने के बजाय, उन्होंने केवल नमूनेतर (out of sample) पूर्वानुमान सटीकता पर ध्यान केंद्रित किया। उन्होंने पाया कि जटिल पूर्वानुमान मॉडल हमेशा सरल मॉडलों की तुलना में अधिक सटीक अनुमान नहीं देते हैं। इसी परंपरा का अनुसरण करते हुए 2017 में शुरू की गई "एम4" प्रतियोगिता ने कई विधियों का परीक्षण किया, जिनमें ऑटो-रिग्रैसिव इंटीग्रेटेड मूविंग एवरेज (एआरआईएमए) और एक्सपोनेंशियल स्मूथिंग (ईटीएस) जैसे पारंपरिक सांख्यिकीय मॉडल के साथ-साथ विभिन्न एमएल और डीएल मॉडल भी शामिल थे। प्रतियोगिता से एक महत्वपूर्ण निष्कर्ष यह निकला कि सरल संयोजन विधियाँ, जैसे कि *कॉम्ब*[5], जो कई ईटीएस प्रकारों का एक सीधा औसत है, विभिन्न डेटा आवृत्तियों पर अधिक उन्नत तकनीकों से बेहतर प्रदर्शन करती हैं। इसने इस विचार को पुष्ट किया कि सरल विधियाँ अक्सर अधिक परिष्कृत मॉडलों से बेहतर प्रदर्शन करती हैं। प्रतियोगिता ने शुद्ध एमएल मॉडलों की सीमाओं को भी उजागर किया, जिन्होंने कई बार पारंपरिक सांख्यिकीय विधियों से कमतर प्रदर्शन किया। इसने एक ऐसे मिश्रित दृष्टिकोण की आवश्यकता पर प्रकाश डाला जिसमें समग्र पूर्वानुमान सटीकता में सुधार के लिए एक पूर्वानुमान संयोजन ढाँचे में एमएल/डीएल एल्गोरिदम और पारंपरिक सांख्यिकीय विधियों के संयोजन की आवश्यकता है।

भारतीय संदर्भ में जॉन एवं अन्य (2020) ने एमएल और डीएल दृष्टिकोणों को शामिल न करते हुए, 26 विभिन्न समय

[3] सांख्यिकीय मॉडल, संभाव्यता सिद्धांत और डेटा जेनेरेटिंग प्रक्रिया से संबंधित मान्यताओं पर आधारित संरचित गणितीय ढाँचे-आधारित मॉडल होते हैं। मशीन लर्निंग मॉडल, डेटा-संचालित एल्गोरिदम होते हैं जो पैटर्न की पहचान करते हैं और बिना किसी सख्त पैरामीट्रिक मान्यताओं के पूर्वानुमानों को अनुकूलित करते हैं। डीएल मॉडल, मशीन लर्निंग मॉडल का एक उपसमूह होते हैं जहाँ जटिल कार्यों के लिए बड़े डेटासेट से हिरार्चिकल रिप्रेसेंटेशन्स निकालने हेतु मल्टी-लेयर्ड न्यूरल नेटवर्क्स का उपयोग किया जाता है।

[4] किसी स्यूडो आउट-ऑफ-सैंपल पूर्वानुमान प्रक्रिया में (आमतौर पर फ्रेमवर्क की पूर्वानुमानशीलता को सत्यापित करने के लिए वास्तविक डेटा की उपलब्धता के बाद आयोजित किया जाता है), पूर्वानुमान अतीत में किसी समय ***t*** पर उत्पन्न किए जाते हैं, मॉडल के पैरामीटरीकरण के साथ-साथ बहिर्जात चर के पूर्वानुमान को उत्पन्न करने के लिए केवल उस समय तक उपलब्ध डेटा का उपयोग किया जाता है।

[5] ***कॉम्ब*** मॉडल सिंगल एक्सपोनेंशियल स्मूथिंग, होल्ट और डैम्प्ड एक्सपोनेंशियल स्मूथिंग का सरल अंकगणितीय औसत है।

श्रृंखलाओं और सांख्यिकीय मॉडलों का उपयोग करते हुए भारतीय संदर्भ में मुद्रास्फीति पूर्वानुमान संयोजन दृष्टिकोण पर कार्य किया। उनके अध्ययन ने एमएल और डीएल मॉडलों के बढ़ते महत्व को स्वीकार करते हुए पारंपरिक अर्थमितीय विधियों के मूल्य पर बल दिया। जॉन एवं अन्य (2020) ने पूर्वानुमान सटीकता को बढ़ाने के लिए व्यक्तिगत मॉडलों के पूर्वानुमानों को संयोजित करने वाले एक एकीकृत दृष्टिकोण की आवश्यकता की ओर भी इशारा किया। भोई और सिंह (2022) ने भारत में मुद्रास्फीति पूर्वानुमान के लिए अर्थमितीय मॉडलों को परिष्कृत करने पर ध्यान केंद्रित किया, और भारतीय संदर्भ में सीपीआई मुद्रास्फीति के पूर्वानुमान के लिए एमएल/डीएल मॉडलों के बेहतर प्रदर्शन पर बल दिया।

3. डेटा और कार्यप्रणाली

3.1 डेटा

राष्ट्रीय सांख्यिकी कार्यालय (एनएसओ) द्वारा जारी की गई समय-श्रृंखला उपभोक्ता मूल्य सूचकांक (सीपीआई) डेटा, जो जनवरी 2012 से जुलाई 2024 के अवधि के लिए है, यह प्राथमिक (निर्भर) चर के रूप में उपयोग किया गया है। हेडलाइन मुद्रास्फीति के अलावा, मूल मुद्रास्फीति (जो खाद्य और ईंधन को बाहर करके सीपीआई से प्राप्त की गई है) को भी अलग से मॉडल किया गया है ताकि समान पद्धति का उपयोग करके पूर्वानुमान प्राप्त किया जा सके। अन्य स्पष्ट चर जो विभिन्न मॉडलों में हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति के निर्धारकों के रूप में उपयोग किए गए हैं, वे हैं – (i) कच्चे तेल की कीमत (भारतीय बास्केट), (ii) रुपया-यूएस डॉलर (आईएनआर-यूएसडी) विनिमय दर, (iii) वास्तविक सकल घरेलू उत्पाद (जीडीपी) और आउटपुट गैप[6] तथा (iv) नीति रेपो दर[7]।

3.2 कार्यप्रणाली

विभिन्न सांख्यिकीय, एमएल और डीएल मॉडल का उपयोग करके बड़ी संख्या में h-अवधि आगे मुद्रास्फीति पूर्वानुमान उत्पन्न किए गए हैं, जिन्हें तब इन मॉडलों के नमूना पूर्वानुमान प्रदर्शन के आधार पर प्राप्त किए जा रहे भार का उपयोग करके एकत्रित किया गया है। निष्पादन भारित संयोजनों का प्रयोग करते हुए मुद्रास्फीति पूर्वानुमानों का अनुमान लगाने के लिए विस्तृत चरण निम्नानुसार हैं:

i. मुद्रास्फीति श्रृंखला को X-13 ARIMA[8] तकनीक का उपयोग करके मौसमी रूप से समायोजित किया गया है।

ii. कुछ मॉडलों में अनुमानों के लिए आईएनआर-यूएसडी, कच्चे तेल की कीमत का भारतीय समूह, वास्तविक जीडीपी और आउटपुट अंतर जैसे बहिर्जात चर का उपयोग किया गया है। वह श्रृंखला जो केवल त्रैमासिक आधार (जीडीपी और आउटपुट अंतर) पर उपलब्ध है, अस्थायी विघटन विधि (temporal disaggregation) का उपयोग करके मासिक आधार में परिवर्तित की गई हैं[9]।

iii. इसके बाद सीपीआई (हेडलाइन और कोर, अलग-अलग) की मौसमी रूप से समायोजित वार्षिक दरों (एसएएआर) की गणना की गई है।

iv अनुमान के लिए दो अलग-अलग विंडो – 36 महीने (3 वर्ष) और 96 महीने (8 वर्ष) आकारों का उपयोग किया गया है । इन विंडो को पूरे नमूना अवधि के लिए रोल ओवर किया गया है। इसने डेटा के कई उप-नमूने तैयार किए। 3 साल का छोटा विंडो आकार और 8 साल का लंबा विंडो आकार एक निश्चित नमूना आकार से निकलने वाले पूर्वाग्रह को कम करने के लिए उपयोग किया गया।

v. सारणी 1 में प्रत्येक मॉडल को एसएएआर (हेडलाइन और कोर, अलग-अलग) को आश्रित चर के रूप में (या आश्रित चर में से एक के रूप में) प्रत्येक उप-नमूने में अलग से अनुमानित किया गया है।

---

[6] उत्पादन अंतराल (आउटपुट गैप) को (वास्तविक जीडीपी स्तर से संभावित जीडीपी स्तर घटाने पर)*100/(संभावित जीडीपी स्तर) के रूप में परिभाषित किया गया है। संभावित जीडीपी का अनुमान हॉड्रिक-प्रेस्कॉट (एचपी) फ़िल्टर का उपयोग करके लगाया गया है।

[7] कच्चे तेल की कीमतें (भारतीय समूह) भारत सरकार के पेट्रोलियम एवं प्राकृतिक गैस मंत्रालय के अंतर्गत पेट्रोलियम योजना एवं विश्लेषण प्रकोष्ठ (पीपीएसी) से प्राप्त की जाती हैं। वास्तविक सकल घरेलू उत्पाद के आँकड़े भारत सरकार के सांख्यिकी एवं कार्यक्रम कार्यान्वयन मंत्रालय (एमओएसपीआई) से प्राप्त होते हैं। भारतीय रुपया-अमेरिकी डॉलर विनिमय दर और रेपो दर, भारतीय रिज़र्व बैंक (आरबीआई) द्वारा अनुरक्षित भारतीय अर्थव्यवस्था संबंधी डेटाबेस (डीबीआईई) से प्राप्त की जाती हैं।

[8] X-13 ARIMA, आर्थिक श्रृंखला में मौसमी पैटर्न निर्धारित करने के लिए सीजनल ARIMA (SARIMA) मॉडल का उपयोग करता है। SARIMA मॉडलों का क्रम विभिन्न मॉडलों के इन-सैंपल फिट की उपयुक्तता के आधार पर निर्धारित किया जाता है और उपयुक्त सूचना मानदंडों का उपयोग करके सर्वोत्तम मॉडल का चयन किया जाता है। इसलिए, चयनित मॉडल औसत मापदंड अनुमानों के माध्यम से अंतर्निहित डेटा-जेनेरेटिंग प्रक्रिया को दर्शाता है।

[9] डेंटन-कोलेट विधि (डेंटन, 1971) का उपयोग करके टेम्पोरल डिसएग्रीगेशन किया गया है।

सारणी 1: मॉडलों का समूह

मॉडलों का वर्ग	मॉडल के प्रकार	विशेष विवरण (संख्या)	नमूना विंडो आकार (संख्या)	मॉडलों की कुल संख्या
स्टैटिस्टिकल मॉडल	RW, AR, MA, ARMA, ARX, MAX, ARMAX, ARCH, MACH, ARMACH, VAR, VARX, BVAR, BVARX	46	2	92
मशीन लर्निंग मॉडल	एसवीएम, ईएल, आरएफ, जीपीआर, नारनेट-एलएम, नारनेट-एससीजी, नारनेट-बीआर, नारनेटएक्स-एलएम, नारनेटएक्स-एससीजी, नारनेटएक्स-बीआर	44	2	88
डीप लर्निंग मॉडल	एलएसटीएम-एसजीडीएम, एलएसटीएम-एडम	18	2	36
कुल	**26**	**108**	**-**	**216**

टिप्पणी: RW: रैंडम वॉक; AR: ऑटोरिग्रैसिव, MA: मूविंग एवरेज, X: विथ एक्सोजेनस वेरिएबल्स, CH: कंडीशनल हेटेरोस्केडैस्टिक, VAR: वेक्टर ऑटोरिग्रैसिव, BVAR: बायेसियन VAR, SVM: सपोर्ट वेक्टर मशीन, EL: एनसेंबल लर्निंग, RF: रैंडम फ़ॉरेस्ट, GPR: गॉसियन प्रोसेस रिग्रेशन, NARNET: नॉन-लीनियर ऑटोरिग्रैसिव न्यूरल नेटवर्क, LM: लेवेनबर्ग-मार्क्वार्ड्ट, SCG: स्केल्ड कंजुगेट ग्रेडिएंट; BR: बायेसियन रेगुलराइज़ेशन, LSTM: लॉन्ग-शॉर्ट टर्म मेमोरी, SGDM: मोमेंटम के साथ स्टोकेस्टिक ग्रेडिएंट डिसेंट, ADAM: अडैप्टिव मोमेंट एस्टीमेशन।

विवरण के लिए अनुबंध **सारणी 1** देखें।

स्रोत: लेखकों के अनुमान।

vi. प्रत्येक उप-नमूने में प्रत्येक मॉडल के लिए वर्ष-दर-वर्ष मुद्रास्फीति ($\hat{y}_{t+h|t,i}$) का पूर्वानुमान हॉरीजॉन से 12 महीने आगे तक लगाया जाता है।

vii. स्यूडो आउट-ऑफ-सैंपल की गणना उसके बाद की जाती हैं। स्यूडो आउट-ऑफ-सैंपल को वास्तविक मान ($y_{t+h|t,i}$) और पूर्वानुमानित मान ($\hat{y}_{t+h|t,i}$) के बीच के अंतर के रूप में परिभाषित किया जाता है।

viii. मॉडल i के लिए 12 महीने आगे की रूट मीन स्क्वायर फोरकास्ट एरर (RMSE) का अनुमान निम्नलिखित सूत्र का उपयोग करके लगाया गया है। RMSE गणना के लिए 12 महीने का विंडो आकार इस्तेमाल किया गया है। इनका अनुमान प्रत्येक उप-नमूने के लिए लगाया गया है।

$$RMSE_{t+h|t,i} = \sqrt{\left\{\frac{1}{h}\sum_{l=1}^{h}\left(y_{t+l|t,i} - \hat{y}_{t+l|t,i}\right)^2\right\}}$$

ix. पूर्वानुमान संयोजन के लिए भार का अनुमान निम्नानुसार लगाया गया है:

$$w_{t+h|t,i} = \frac{\left(1/_{RMSE_{t+h|t,i}}\right)}{\sum_{i=1}^{N}\left(1/_{RMSE_{t+h|t,i}}\right)}$$

जहाँ, N मॉडलों की कुल संख्या है।

x. इन भारों का उपयोग व्यक्तिगत मॉडलों से मुद्रास्फीति पूर्वानुमानों के भारित औसत की गणना करने के लिए किया गया है।

$$\hat{y}_{t+h|t} = \sum_{i=1}^{N} w_{t+h|t,i} * \hat{y}_{t+h|t,i}$$

xi. इसके अलावा, प्रत्येक अवधि के लिए 216 विभिन्न मुद्रास्फीति बिंदु पूर्वानुमानों को दो समूहों में विभाजित किया गया है - (ए) भारित औसत पूर्वानुमान से ऊपर, (बी) भारित औसत पूर्वानुमान से नीचे। इसके बाद, दोनों समूहों के लिए RMSE-भारित मानक विचलन की गणना की गई है (σ1 और σ2, जहां σ1 भारित औसत पूर्वानुमान से ऊपर के पूर्वानुमानों का मानक विचलन है और σ2 भारित औसत पूर्वानुमान से नीचे के पूर्वानुमानों का मानक विचलन है)।

xii. स्प्लिट नॉर्मर्ल डिस्ट्रीब्यूशन मानते हुए, वांछित महत्वपूर्ण स्तरों के असममित विश्वास अंतराल की गणना प्रत्येक h-अवधि के आगे के पूर्वानुमानों के आसपास की जा सकती है।

xiii. अंत में, पूर्वानुमान की विषमता सूत्रों का उपयोग करके निर्धारित की जा सकती है:

$$Asymmetry = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

3.3 टूलबॉक्स /सॉफ्टवेयर

ऊपर वर्णित पूरी पद्धति को प्रोग्राम किया गया है और MATLAB में एक टूलबॉक्स विकसित किया गया है।

4. अनुभवजन्य निष्कर्ष

4.1 अनुमानित मुद्रास्फीति पूर्वानुमान, मानक विचलन और विषमता: एक उदाहरण

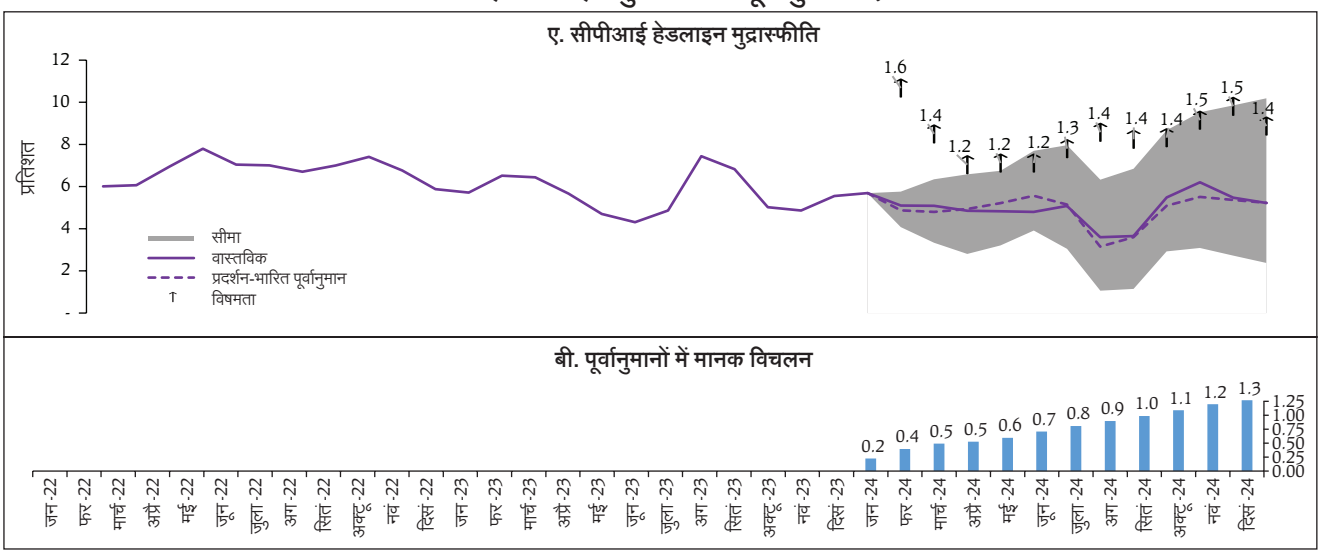
12 महीने आगे के निष्पादन-भारित मुद्रास्फीति पूर्वानुमान, मानक विचलन और विषमता, जिनका आकलन दिसंबर 2023 तक के डेटा का उपयोग करके प्राप्त किए गए मॉडल समूह का उपयोग करके किया गया है, को चार्ट 1 में प्रस्तुत किया गया है।

2024 के वास्तविक मासिक मुद्रास्फीति के आंकड़े, जो दिसंबर 2023 तक के आंकड़ों का उपयोग करके अनुमानित थे, काफी हद तक पूर्वानुमानों की सीमा में आए और निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों के साथ व्यापक रूप से संरेखित थे। जैसा कि अपेक्षित था, मानक विचलन लंबी अवधि (horizon) के लिए अधिक थे। विषमता यह बता रही थी कि पूर्वानुमान में एक ऊर्ध्वाधर पूर्वाग्रह (bias) था। विश्लेषित अवधि में निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों की पूर्वानुमान सटीकता की तुलना व्यक्तिगत मॉडलों और साधारण औसत पूर्वानुमानों की सटीकता से की गई है, जिसे निम्नलिखित उप-खंडों में प्रस्तुत किया गया है।

4.2 RMSE की तुलना: व्यक्तिगत मॉडल बनाम निष्पादन-भारित:

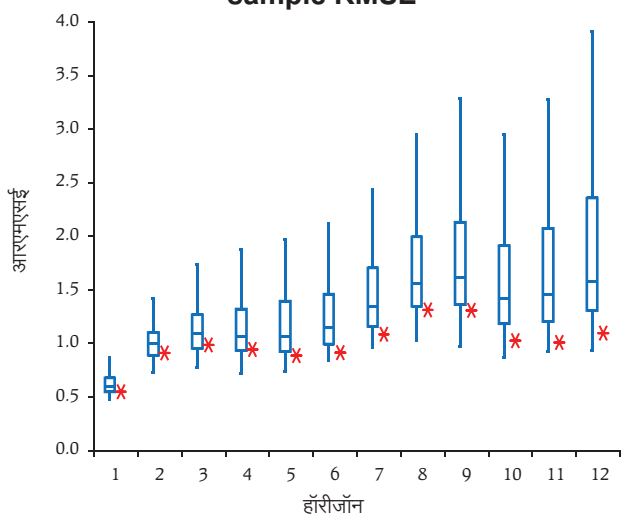
हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति के लिए निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों के 12 महीने की अवधि में औसत RMSE बेंचमार्क रैंडम वॉक (आरडब्ल्यू) पूर्वानुमान से लगभग 70 प्रतिशत कम पाया गया है। यह सभी अवधियों के लिए 75 प्रतिशत से अधिक मॉडलों द्वारा उत्पन्न पूर्वानुमानों से भी बेहतर पाया गया। कुछ मॉडल कुछ अवधियों में और कुछ विंडो के लिए बेहतर पूर्वानुमान उत्पन्न करते हैं। सर्वश्रेष्ठ निष्पादनकर्ता सभी अवधियों और सभी विंडों के लिए समान नहीं होते। हालांकि, पूर्वानुमानों का एक विवेकपूर्ण संयोजन (जैसे निष्पादन-भार) इस तरह के विचलन (चार्ट 2 और 3) से उत्पन्न पूर्वाग्रहों को कम करने में मदद करता है। मूल मुद्रास्फीति पूर्वानुमानों के संबंध में जो देखा गया उसके विपरीत, अवधि में वृद्धि के रूप में हेडलाइन मुद्रास्फीति पूर्वानुमानों के लिए RMSE की एक समान प्रकृति आकस्मिक आघातों के प्रभाव के कारण हो सकती है।

चार्ट 1: सीपीआई हेडलाइन मुद्रास्फीति पूर्वानुमान: एक उदाहरण



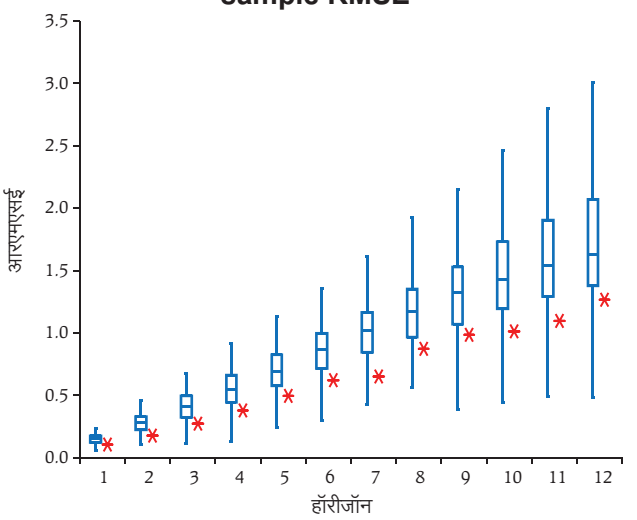
टिप्पणी: ऊपर की ओर का तीर का निशान, अपेक्षा से अधिक सकारात्मक परिणामों की संभावना (>1) को दर्शाता है।
स्रोत: लेखकों के अनुमान।

चार्ट 2. हेडलाइन मुद्रास्फीति के लिए *Pseudo*-out of sample RMSE



टिप्पणी: लाल मार्कर प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान के आरएमएसई हैं।
स्रोत: लेखकों के अनुमान।

चार्ट 3. मूल मुद्रास्फीति के लिए *Pseudo*-out of sample RMSE



टिप्पणी: लाल मार्कर प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान के आरएमएसई हैं।
स्रोत: लेखकों के अनुमान।

4.3 पूर्वानुमान सटीकता[10] : निष्पादन-भारित बनाम सरल औसत

डाइबोल्ड-मारियानो (डीएम)[11] परीक्षण का उपयोग मॉडलों के प्रत्येक वर्ग (सांख्यिकीय, एमएल और डीएल) के साथ-साथ सभी 216 पूर्वानुमानों के पूरे समूह के लिए, अलग-अलग, विभिन्न पूर्वानुमान अवधियों के लिए एक साधारण औसत पूर्वानुमान विधि के साथ निष्पादन-भारित संयोजन विधि की औपचारिक सांख्यिकीय तुलना के लिए किया गया।

डीएम परीक्षण में शून्य परिकल्पना यह है कि सरल औसत निष्पादन-भारित पूर्वानुमान संयोजनों की तरह ही सटीक है, जबकि अन्य परिकल्पनाएं हैं: (i) साधारण औसत निष्पादन-भारित संयोजन की तुलना में कम सटीक है, और (ii) साधारण औसत निष्पादन-भारित संयोजन की तुलना में अधिक सटीक है। छोटे नमूनों में 'आकार पूर्वाग्रह' को कम करने के लिए हार्वे, लेबॉर्न और न्यूबॉल्ड (1998) द्वारा सुझाए गए पूर्वाग्रह सुधार को मानक सामान्य मूल्यों के बजाय स्टूडेंट क्रिटिकल मूल्यों का उपयोग करके लागू किया गया। सारणी 2 चार पूर्वानुमान अवधियों के लिए परिणाम प्रस्तुत करती है, जो हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति दोनों के लिए दो अलग-अलग रोलिंग विंडो आकारों पर अलग-अलग लागू होती है। डीएम परीक्षण प्रत्येक मॉडल प्रकार, अर्थात सांख्यिकीय, एमएल और डीएल, तथा सभी मॉडलों के संयोजन का उपयोग हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति के लिए, साथ ही साथ प्रत्येक रोलिंग विंडो आकार के लिए अलग से किया गया। इसके परिणामस्वरूप विंडो के आकार और मुद्रास्फीति प्रकार के प्रत्येक संयोजन के लिए सोलह उदाहरण (पूर्वानुमान अवधि (4) x मॉडल प्रकार (4)) हुए।

समग्र रूप से, हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति, दोनों के लिए निष्पादन-भारित पूर्वानुमान सभी मॉडल वर्गों और हॉरीजॉन के लिए सामान्य औसत पूर्वानुमानों के समतुल्य या उनसे बेहतर पाए गए, जो निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों के लिए पूर्वानुमान सटीकता की न्यूनतम गारंटी देते हैं। तीन वर्ष की रोलिंग विंडो (सारणी 2 में कॉलम (1)) का उपयोग करके हेडलाइन मुद्रास्फीति के लिए दो एकत्रीकरण विधियों के बीच तुलना से पता चला कि निष्पादन-भारित विधि ने 16 में से 12 उदाहरणों में सामान्य औसत विधि से काफी बेहतर प्रदर्शन किया। हालांकि, हेडलाइन मुद्रास्फीति के लिए आठ वर्ष की रोलिंग विंडो के साथ, निष्पादन-भारित विधि ने

[10] रूट मीन स्क्वायर्ड एरर (आरएमएसई) का प्रयोग प्रायः पूर्वानुमान मॉडलों की सटीकता के मापक के रूप में किया जाता है। कम आरएमएसई, पूर्वानुमान की बेहतर सटीकता दर्शाता है। इस आलेख में इस अवधारणा का परस्पर प्रयोग किया गया है।

[11] डीएम परीक्षण दो मॉडलों के बीच पूर्वानुमान सटीकता की तुलना करता है और यह परीक्षण करता है कि क्या दो मॉडलों के बीच पूर्वानुमान त्रुटियों में अंतर सांख्यिकीय रूप से महत्वपूर्ण है।

केवल दो मामलों (16 में से) (सारणी 2 में कॉलम (2)) में सामान्य औसत से बेहतर प्रदर्शन किया। दूसरी ओर, सामान्य औसत पूर्वानुमानों ने किसी भी मामले में निष्पादन-भारित से बहुत बेहतर प्रदर्शन नहीं किया। मूल मुद्रास्फीति के लिए, निष्पादन-भारित विधि ने तीन और आठ वर्षों के विंडो साइज़ के लिए क्रमशः छह और चार मामलों (16 में से) में सामान्य औसत को पीछे छोड़

सारणी 2: आरएमएसई की तुलना - सामान्य औसत बनाम प्रदर्शन-भारित औसत: डाइबोल्ड-मारियानो (डीएम) परीक्षण

मॉडलों का वर्ग	पूर्वानुमान हॉरीजॉन	वैकल्पिक (1 या 2)	हेडलाइन मुद्रास्फीति		मूल मुद्रास्फीति	
			विंडो का आकार= 3 वर्ष	विंडो का आकार= 8 वर्ष	विंडो का आकार= 3 वर्ष	विंडो का आकार= 8 वर्ष
			(1)	(2)	(3)	(4)
			पी-मान			
स्टैटिस्टिकल मॉडल	3 माह	1	0.08*	0.07*	0.31	0.47
		2	0.92	0.93	0.69	0.53
	6 माह	1	0.14	0.20	0.37	0.28
		2	0.86	0.80	0.63	0.72
	9 माह	1	0.14	0.17	0.32	0.22
		2	0.86	0.83	0.68	0.78
	12 माह	1	0.15	0.21	0.21	0.22
		2	0.85	0.79	0.79	0.78
मशीन लर्निंग मॉडल	3 माह	1	0.08*	0.21	0.03**	0.06*
		2	0.92	0.79	0.97	0.94
	6 माह	1	0.01***	0.29	0.04**	0.02**
		2	0.99	0.71	0.96	0.98
	9 माह	1	0.05**	0.22	0.03**	0.02**
		2	0.96	0.78	0.97	0.98
	12 माह	1	0.04**	0.29	0.00***	0.00***
		2	0.96	0.71	1.00	1.00
डीप लर्निंग मॉडल	3 माह	1	0.07*	0.17	0.01***	0.27
		2	0.93	0.83	0.99	0.73
	6 माह	1	0.06*	0.19	0.10	0.18
		2	0.94	0.81	0.90	0.82
	9 माह	1	0.01***	0.21	0.03**	0.02
		2	0.99	0.79	0.97	0.98
	12 माह	1	0.00***	0.02**	0.05	0.14
		2	1.00	0.98	0.95	0.86
सभी मॉडल	**3 माह**	1	0.05**	0.39	0.17	0.14
		2	0.95	0.61	0.83	0.86
	6 माह	1	0.08*	0.17	0.40	0.35
		2	0.92	0.83	0.60	0.65
	9 माह	1	0.10*	0.20	0.29	0.35
		2	0.90	0.80	0.71	0.65
	12 माह	1	0.14	0.20	0.16	0.24
			0.86	0.80	0.84	0.76

*: 10% के स्तर पर महत्वपूर्ण; **: 5% के स्तर पर महत्वपूर्ण; ***: 1% के स्तर पर महत्वपूर्ण।

टिप्पणी: शून्य परिकल्पना (H_0) : पूर्वानुमानों के सामान्य औसत की पूर्वानुमान सटीकता, प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता के समतुल्य होती है।

विकल्प 1: पूर्वानुमानों के सामान्य औसत की पूर्वानुमान सटीकता < प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के लिए पूर्वानुमान सटीकता।

विकल्प 2: पूर्वानुमानों के सामान्य औसत की पूर्वानुमान सटीकता > प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के लिए पूर्वानुमान सटीकता।

इस सारणी में प्रस्तुत DM सांख्यिकी हार्वे, लेबोर्न और न्यूबोल्ड (1998) के अनुसार ऑटोकोरिलेशन के लिए समायोजित की गई हैं।

स्रोत: लेखकों के अनुमान।

दिया (सारणी 2 में कॉलम (3) और (4))। उल्लेखनीय रूप से, सामान्य औसत ने कभी भी निष्पादन-भारित विधि से बेहतर प्रदर्शन नहीं किया। परिणामों को दोहराने के लिए, सामान्य औसत और निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों के लिए आरएमएसई की तुलना पेयर्ड विल्कोक्सन साइन्ड-रैंक टेस्ट[12] का उपयोग करके की गई है (सारणी 3)।

सारणी 3 विभिन्न मॉडल वर्गों और रोलिंग विंडो साइजेस के अंतर्गत, हेडलाइन और मूल मुद्रास्फीति के सामान्य औसत पूर्वानुमानों बनाम निष्पादन-भारित पूर्वानुमान औसतों के आरएमएसई की तुलना करती है। Null hypothesis यह है कि सामान्य औसत पूर्वानुमान का आरएमएसई, निष्पादन-भारित पूर्वानुमान जितना ही सटीक होता है, जबकि वैकल्पिक रूप से यह माना जा सकता है कि सामान्य औसत या तो कम या ज़्यादा सटीक होता है। परिणाम दर्शाते हैं कि निष्पादन-भारित पूर्वानुमान औसत का आरएमएसई निरंतर आधार पर सामान्य औसत से काफ़ी कम होता है, जो सारणी 2 में DM परीक्षण के निष्कर्षों को पुष्ट करता है कि निष्पादन-भारित संयोजन भारतीय संदर्भ में सामान्य औसत पूर्वानुमान की तुलना में अधिक या समान रूप से सटीक मुद्रास्फीति पूर्वानुमान प्रदान करते हैं।

4.4 विभिन्न श्रेणियों के मॉडलों के बीच निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों की पूर्वानुमान सटीकता

सामान्य औसत पूर्वानुमान की तुलना में निष्पादन-भारित पूर्वानुमान की प्रभावकारिता की पुष्टि के बाद, अब हम विभिन्न मॉडलों, जैसे सांख्यिकीय, एमएल, डीएल, और सभी मॉडलों के सुपर-क्लास के भारित औसत पूर्वानुमानों के पूर्वानुमान प्रदर्शन की तुलना की ओर रुख करते हैं। सबसे पहले, डीएम परीक्षण का उपयोग करते हुए, एकल मॉडल वर्गों (सांख्यिकीय, एमएल और डीएल) की पूर्वानुमान सटीकता –प्रदर्शन भार का उपयोग करके समेकित की जाती है जिसकी तुलना सभी मॉडलों के संयुक्त पूर्वानुमानों से की जाती है, जो निष्पादन-भारित भारों का उपयोग करके सभी 216 एकल मॉडलों के पूर्वानुमानों को समेकित करता है। डीएम परीक्षण विभिन्न पूर्वानुमान हॉरीजॉन, रोलिंग विंडो आकारों और मुद्रास्फीति श्रेणियों (हेडलाइन और मूल) पर प्रयुक्त किया जाता है।

सारणी 3: पूर्वानुमान संयोजनों के आरएमएसई की तुलना (1 माह से 12 माह के हॉरीजॉन) - सामान्य औसत बनाम प्रदर्शन-भारित औसत: पेयर्ड विल्कोक्सन साइन्ड-रैंक टेस्ट

मॉडलों का वर्ग	वैकल्पिक (1 या 2)	हेडलाइन मुद्रास्फीति		मूल मुद्रास्फीति	
		विंडो का आकार=3 वर्ष	विंडो का आकार=8 वर्ष	विंडो का आकार=3 वर्ष	विंडो का आकार=8 वर्ष
		(1)	(2)	(3)	(4)
		पी-मान			
स्टैटिस्टिकल मॉडल	1	0.99	1.00	1.00	1.00
	2	0.00***	0.00***	0.00***	0.00***
मशीन लर्निंग मॉडल	1	1.00	0.76	1.00	0.96
	2	0.00***	0.00***	0.00***	0.046***
डीप लर्निंग मॉडल	1	1.00	1.00	0.99	1.00
	2	0.00***	0.00***	0.00***	0.00***
सभी मॉडल एक साथ	1	1.00	1.00	1.00	1.00
		0.00***	0.00***	0.00***	0.00***

*: 10% के स्तर पर महत्वपूर्ण; **: 5% के स्तर पर महत्वपूर्ण; ***: 1% के स्तर पर महत्वपूर्ण।
टिप्पणी: शून्य परिकल्पना (H_0) : पूर्वानुमानों के सामान्य औसत के आरएमएसई, प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई के समतुल्य हैं।
विकल्प 1: पूर्वानुमानों के सामान्य औसत के आरएमएसई < प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई
विकल्प 2: पूर्वानुमानों के सामान्य औसत के आरएमएसई > प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई
स्रोत: लेखकों के अनुमान।

[12] यह गैर-पैरामीट्रिक परीक्षण दो सुमेलित नमूनों की तुलना के लिए उपयोगी है, और जब तुलनात्मक निष्पादन पर ध्यान केंद्रित किया जाता है, तो पेयर्ड टी-टेस्ट का एक सुदृढ़ विकल्प प्रदान करता है। यह परीक्षण यह आकलन करता है कि क्या इस बात की 50 प्रतिशत से अधिक संभावना है कि किसी विशेष श्रेणी के मॉडल से 1 महीने से 12 महीने के आगे के हॉरीजॉन के निष्पादन-भारित औसत पूर्वानुमानों का आरएमएसई, अन्य श्रेणियों से पृथक रूप से अधिक होता है।

परिणाम दर्शाते हैं कि 3-वर्ष की रोलिंग विंडो के लिए, 12 में से चार उदाहरणों में सभी संयुक्त पूर्वानुमान विभिन्न वर्ग के मॉडलों में से निष्पादन-भारित पूर्वानुमानों से बहुत बेहतर प्रदर्शन करते हैं, मूल और हेडलाइन मुद्रास्फीति, दोनों के लिए [सारणी 4 में कॉलम (1) और (3)], जबकि अन्य के लिए सभी संयुक्त पूर्वानुमान विभिन्न वर्ग के मॉडलों में समान स्तर पर हैं। हालांकि, 8-वर्ष की रोलिंग विंडो के लिए, सभी संयुक्त पूर्वानुमान केवल एक मामले में बेहतर प्रदर्शन करते हैं [सारणी 4 में कॉलम (2) और (4)]। अधिक महत्वपूर्ण बात यह है कि दोनों हॉरीजॉन में से किसी भी मॉडल वर्ग (सांख्यिकीय, एमएल या डीएल) या हेडलाइन या मूल मुद्रास्फीति के लिए भारित पूर्वानुमानों ने, सभी मॉडलों के संयुक्त पूर्वानुमानों से महत्वपूर्ण रूप से बेहतर प्रदर्शन किया (सारणी 4)। जब प्रत्येक मॉडल वर्ग का विश्लेषण अलग-अलग तथा सभी मॉडलों का संयुक्त रूप से किया जाता है, तो निष्पादन-भारित पूर्वानुमान ने अधिकांश मामलों में (आठ में से छह) डीएल मॉडल वर्ग के भारित पूर्वानुमान से बेहतर प्रदर्शन किया है, लेकिन

सारणी 4: मॉडलों के वर्गों के बीच आरएमएसई की तुलना: डाइबोल्ड-मारियानो (डीएम) टेस्ट

सभी मॉडलों के समक्ष मॉडलों का वर्ग		पूर्वानुमान हॉरीजॉन	वैकल्पिक (1 या 2)	हेडलाइन मुद्रास्फीति		मूल मुद्रास्फीति	
				विंडो का आकार=3 वर्ष	विंडो का आकार=8 वर्ष	विंडो का आकार=3 वर्ष	विंडो का आकार=8 वर्ष
				(1)	(2)	(3)	(4)
				पी-मान			
मॉडलों का वर्ग	स्टैटिस्टिकल मॉडल	3 माह	1	0.15	0.14	0.09*	0.48
			2	0.85	0.86	0.91	0.52
		6 माह	1	0.13	0.16	0.36	0.29
			2	0.87	0.84	0.64	0.71
		9 माह	1	0.15	0.19	0.19	0.22
			2	0.85	0.81	0.81	0.78
		12 माह	1	0.15	0.21	0.16	0.22
			2	0.85	0.79	0.84	0.78
	मशीन लर्निंग मॉडल	3 माह	1	0.03**	0.13	0.19	0.01***
			2	0.97	0.87	0.81	0.99
		6 माह	1	0.18	0.16	0.39	0.21
			2	0.82	0.84	0.61	0.79
		9 माह	1	0.15	0.19	0.30	0.38
			2	0.85	0.81	0.70	0.62
		12 माह	1	0.15	0.21	0.16	0.25
			2	0.85	0.79	0.84	0.75
	डीप लर्निंग मॉडल	3 माह	1	0.06*	0.14	0.00***	0.13
			2	0.94	0.86	1.00	0.87
		6 माह	1	0.08*	0.03**	0.00***	0.26
			2	0.92	0.97	1.00	0.74
		9 माह	1	0.09*	0.33	0.07*	0.45
			2	0.91	0.67	0.93	0.56
		12 माह	1	0.47	0.25	0.18	0.27
			2	0.53	0.75	0.82	0.73

*: 10% के स्तर पर महत्वपूर्ण; **: 5% के स्तर पर महत्वपूर्ण; ***: 1% के स्तर पर महत्वपूर्ण।

टिप्पणी: शून्य परिकल्पना (H_0): किसी विशेष वर्ग के मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता सभी मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता के समतुल्य है।

विकल्प 1: किसी विशेष वर्ग के मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता < सभी मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता

विकल्प 2: किसी विशेष वर्ग के मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता > सभी मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत की पूर्वानुमान सटीकता

इस सारणी में प्रस्तुत DM सांख्यिकी हार्वे, लेबोर्न और न्यूबोल्ड (1998) के अनुसार ऑटोकोरिलेशन के लिए समायोजित की गई हैं।

स्रोत: लेखकों के अनुमान।

सारणी 5: मॉडल के वर्गों के बीच प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान संयोजनों (1 माह से 12 माह के हॉरीजॉन) के आरएमएसई की तुलना: पेयर्ड विल्कोक्सन साइन्ड-रैंक टेस्ट

निम्न की तुलना में एक साथ सभी मॉडल		वैकल्पिक (1 या 2)	हेडलाइन मुद्रास्फीति		मूल मुद्रास्फीति	
			विंडो का आकार=3 वर्ष	विंडो का आकार=8 वर्ष	विंडो का आकार=3 वर्ष	विंडो का आकार=8 वर्ष
			(1)	(2)	(3)	(4)
			पी-मान			
मॉडलों का वर्ग	स्टैटिस्टिकल मॉडल	1	0.00***	0.00***	0.88	0.00***
		2	1.00	0.99	0.13	1.00
	मशीन लर्निंग मॉडल	1	0.78	0.99	0.15	0.00***
		2	0.26	0.00***	0.87	1.00
	डीप लर्निंग मॉडल	1	0.37	0.00***	0.42	1.00
			0.66	1.00	0.60	0.00***

*: 10% के स्तर पर महत्वपूर्ण; **: 5% के स्तर पर महत्वपूर्ण; ***: 1% के स्तर पर महत्वपूर्ण।

टिप्पणी: शून्य परिकल्पना (H_0): सभी मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई, विशेष श्रेणी के मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई के समतुल्य हैं।
विकल्प 1: सभी मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई < विशेष श्रेणी के मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई।
विकल्प 2: सभी मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई > विशेष श्रेणी के मॉडलों के प्रदर्शन-भारित पूर्वानुमान औसत के आरएमएसई।
स्रोत: लेखकों के अनुमान।

इसका प्रदर्शन सांख्यिकीय और एमएल मॉडल के समान ही रहा है।

पेयर्ड विल्कोक्सन साइन्ड-रैंक टेस्ट इन निष्कर्षों का समर्थन करता है, यह दर्शाता है कि अधिकांश मामलों में सभी मॉडलों के संयुक्त पूर्वानुमानों ने सांख्यिकीय मॉडलों के भारित पूर्वानुमानों से बेहतर प्रदर्शन किया। इसके अलावा, सभी मॉडलों के संयुक्त पूर्वानुमानों की सटीकता, एमएल और डीएल मॉडलों से अलग-अलग प्राप्त पूर्वानुमान संयोजन के बराबर पायी गई।

5. समापन टिप्पणियाँ

ये निष्कर्ष भारतीय संदर्भ में मुद्रास्फीति पूर्वानुमान की सटीकता में सुधार लाने में सांख्यिकीय, मशीन लर्निंग और डीप लर्निंग विधियों के पूर्वानुमान संयोजन की प्रभावशीलता का दृढ़ता से समर्थन करते हैं। ये परिणाम सभी मॉडल वर्गों को एक साथ उपयोग करने के स्पष्ट लाभ की ओर इंगित करते हैं, साथ ही यह गारंटी भी देते हैं कि सभी मॉडलों के पूर्वानुमानों को संयोजित करने पर पूर्वानुमान सटीकता कभी कम नहीं होती और अधिकांश मामलों में बेहतर होती जाती है। इसमें यह बात दोहरायी गई है कि सांख्यिकीय, मशीन लर्निंग और डीएल मॉडलों का निष्पादन-भारित संयोजन प्रत्येक दृष्टिकोण की सुदृढ़ताओं का लाभ उठाता है, जिसके परिणामस्वरूप भारतीय संदर्भ में मुद्रास्फीति के अधिक सटीक और विश्वसनीय पूर्वानुमान प्राप्त होते हैं। इसके अतिरिक्त, पूर्वानुमान संयोजन दृष्टिकोण एक विश्वास बैंड प्रदान करता है जो नीति निर्माताओं को जोखिमों का आकलन करने और अधिक सूचित निर्णय लेने में सक्षम बनाता है।

यह दृष्टिकोण भारतीय संदर्भ में विशेष रूप से अमूल्य है, क्योंकि इसकी मुद्रास्फीति गतिकी की जटिलताएँ अक्सर वैश्विक अनिश्चितताओं और खाद्य कीमतों में उतार-चढ़ाव से प्रभावित होती हैं। हालाँकि, यह स्वीकार करना महत्वपूर्ण है कि समय-भिन्नताएँ, विषमताएँ और अरैखिकताएँ हैं जो अतिव्यापी आघातों से उत्पन्न मुद्रास्फीति संबंधी घटनाक्रमों को प्रभावित करती हैं। फिर भी, सांख्यिकीय, मशीन लर्निंग और डीप लर्निंग मॉडल से उत्पन्न पूर्वानुमानों का संयोजन सुदृढ़ता सुनिश्चित करता है, क्योंकि यह मॉडल के गलत निर्धारण पूर्वाग्रहों को कम करता है, जिससे यह एक अधिक विश्वसनीय बेंचमार्क बन जाता है।

संदर्भ:

Bates, J. M., & Granger, C. W. (1969). The combination of forecasts. *Journal of the Operational Research Society, 20*(4), 451-468.

Denton, F. T. (1971). Adjustment of monthly or quarterly series to annual totals: an approach based on quadratic minimization. *Journal of the American Statistical Association*, 66(333), 99-102.

John, J., Singh, S., & Kapur, M. (2020). Inflation Forecast Combinations: The Indian Experience. Reserve Bank of India Working Paper Series No. 11.

Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition: 100,000 time series and 61 forecasting methods. *International Journal of Forecasting*, *36*(1), 54-74.

Singh, N., & Bhoi, B. (2022). Inflation Forecasting in India: Are Machine Learning Techniques Useful?. *Reserve Bank of India Occasional Papers*, 43(2).

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2004). Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. *Journal of Forecasting*, 23(6), 405–430. https://doi.org/https://doi.org/10.1002/for.928

Harvey, D. I., Leybourne, S. J., & Newbold, P. (1998). Tests for forecast encompassing. *Journal of Business & Economic Statistics*, *16*(2), 254-259.

अनुबंध

सारणी 1. मॉडलों की सूची

क्रमांक	मॉडलों का वर्ग	मॉडल के प्रकार	एल्गोरिथम/ ऑप्टिमाइज़र	अंतराल अवधि	प्रच्छन्न स्तर
1	स्टैटिस्टिकल मॉडल	रैंडम वॉक मॉडल	-	-	-
2		ऑटोरिग्रैसिव (AR) मॉडल	-	1 - 3	-
3		मूविंग एवरेज (MA) मॉडल	-	1	-
4		ARMA मॉडल	-	एआर: 1 - 3 एमए: 1	-
5		एआर कंडिशनल हेटेरोस्केडैस्टिक (ARCH) मॉडल	-	एआर: 1 - 3 गर्च: 1	-
6		MACH मॉडल	-	एमए: 1 गर्च: 1	-
7		ARMACH मॉडल	-	एआर: 1 - 3 एमए: 1 गर्च: 1	-
8		वेक्टर ऑटो रिग्रैसिव (VAR) मॉडल	-	1 - 3	-
9		बायेसियन VAR मॉडल	-	1 - 3	-
10		बहिर्जात चर वाले AR मॉडल	-	1 - 3	-
11		बहिर्जात चर वाले MA मॉडल	-	1	-
12		बहिर्जात चर वाले ARMA मॉडल	-	1 - 3	-
13		बहिर्जात चर वाले VAR मॉडल	-	1 - 3	-
14		बहिर्जात चरों के साथ बायेसियन VAR मॉडल	-	1 - 3	-
15	मशीन लर्निंग मॉडल	प्रतिगमन के लिए सपोर्ट वेक्टर मशीन (एसवीएम)	-	1 - 3	-
16		प्रतिगमन के लिए एन्सेम्बल लर्निंग टेकनीक	-	1 - 3	-
17		प्रतिगमन के लिए बाइनरी डिसीजन ट्री (रैंडम फ़ॉरेस्ट)	-	1 - 3	-
18		प्रतिगमन के लिए गॉसियन प्रोसेस रिग्रेशन (जीपीआर) मॉडल	-	1 - 3	-
19-21		नॉन-लीनियर ऑटोरिग्रैसिव न्यूरल नेटवर्क (NARNET) मॉडल	लेवेनबर्ग-मार्क्वार्ड्ट ऑप्टिमाइज़र, बायेसियन रेगुलराइज़ेशन ऑप्टिमाइज़र, स्केल्ड कंजुगेट ग्रेडिएंट ऑप्टिमाइज़र	1 - 3	5 & 10
22-24		बहिर्जात चरों के साथ नॉन-लीनियर ऑटोरिग्रैसिव न्यूरल नेटवर्क मॉडल	लेवेनबर्ग-मारक्वार्ट आप्टिमाइज़र बेएसियन रेग्युलराइजेशन आप्टिमाइज़र स्केल्ड कॉन्जुगेट ग्रेडिएंट आप्टिमाइज़र	1 - 3	5 & 10
25-26	डीप लर्निंग मॉडल	लॉन्ग शार्ट-टर्म मेमोरी (LSTM) नेटवर्क्स	स्टोकेस्टिक ग्रेडिएंट डिसेंट विथ मोमेंटम (SGDM) आप्टिमाइज़र एडैप्टिव मोमेंट एस्टीमेशन (ADAM) ऑप्टिमाइज़र	1 - 3	25, 50 & 75

स्रोत: लेखकों के अनुमान।